**Программа утверждена на заседании кафедры теории чисел**

**Рабочая программа дисциплины (модуля)**

1. Код и наименование дисциплины (модуля): Распределение простых чисел.

2. Уровень высшего образования – специалитет.

3. Направление подготовки: 01.05.01 Фундаментальные математика и механика. Специализация: Фундаментальная математика.

4. Место дисциплины (модуля) в структуре ООП: вариативная часть ООП. Является специальной дисциплиной (спецкурсом) для студентов 3-6 годов обучения, специализирующихся в данной научной области или смежной научной области, спецкурсом по выбору студента.

Освоение дисциплины необходимо для последующего изучения дисциплин образовательной программы: курсовая работа, научно-исследовательская практика, преддипломная практика, выпускная квалификационная работа.

5. Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников)

6. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических или астрономических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся:

Объем дисциплины (модуля) составляет 3 зачетных единицы, всего 108 часа, из которых 44 (46\*) часа составляет контактная работа студента с преподавателем (34 (36\*) часа занятия лекционного типа, 12 часов мероприятия текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации), 64 (62\*) часа составляет самостоятельная работа студента.

*\* - если специальный курс читается в нечетном семестре (продолжительность нечетного семестра 18 недель, четного семестра 17 недель).*

7. Входные требования для освоения дисциплины (модуля), предварительные условия.

Для того чтобы изучение дисциплины было возможно, обучающийся должен

1. освоить следующие дисциплины образовательной программы: математический анализ, теорию функций комплексного переменного.
2. обладать следующими компетенциями:

Знать: основные методы дисциплин из пункта 1).

Уметь: решать стандартные задачи тех же дисциплин и применять идеи, использованные в их решениях, для решения аналогичных задач.

Владеть: основными понятиями и теоремами тех же дисциплин.

8. Формат обучения.

очная форма обучения, лекционные занятия.

9. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (Перечень тем см. Приложения).

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля),**  **форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)** | **Всего**  **(часы**) | В том числе | | | | | | | | |
| **Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы**  из них | | | | | | **Самостоятельная работа обучающегося, часы**  из них | | |
| Занятия лекционного типа | Занятия семинарского типа | Групповые консультации | Индивидуальные консультации | Учебные занятия, направленные на проведение текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации | **Всего** | Выполнение домашних заданий | Подготовка рефератовит.п.. | **Всего** |
| Тема 1. | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 2. | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 3. | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 4. | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 5. | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 6. | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 7. | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 8. | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Текущий контроль успеваемости | 6 |  |  |  |  | 2 | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 9. | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 10. | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 11. | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 12. | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 13. | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 14. | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 15. | 6 | 2 |  |  |  |  | 2 | 4 |  | 4 |
| Тема 16. | 4 |  |  |  |  |  | 0 | 4 |  | 4 |
| Тема 17\*. | 2\* |  |  |  |  |  |  | 2\* |  | 2\* |
| Промежуточная аттестация  *экзамен*  *зачет* | 8 (6\*) |  |  |  |  | 2 | 2 | 6(4\*) |  | 6 (4\*) |
| **Итого** | 108 | 30 |  |  |  | 4 | 34 | 74 |  | 74 |

10. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы студентов по дисциплине (модулю):

Конспекты лекций, списки задач к лекциям, основная и дополнительная учебная литература.

11. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю).

* Перечень компетенций:
* Описание шкал оценивания*:*

*экзамен с оценкой по пятибалльной шкале*

*зачет («зачтено» или «не зачтено»)*

* Критерии и процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю), характеризующих этапы формирования компетенций.
* Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций.См. Приложения.

12. Ресурсное обеспечение:

Перечень основной учебной литературы:

1. А.А.Карацуба, Основы аналитической теории чисел. 2-е изд. М., Наука, 1983 (главы II-V).

2. М.Е. Чанга, Методы аналитической теории чисел. М.-Ижевск, Регулярная и хаотическая динамика, 2013 (глава I).

3. С.М.Воронин, А.А.Карацуба, Дзета-функция Римана. М., Физматлит, 1994 (главы I-II).

Перечень дополнительной учебной литературы: см. Приложения

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»: см. Приложения.

Описание материально-технической базы: аудитории для проведения лекционных занятий.

13. Язык преподавания: русский (при необходимости – английский).

ПРИЛОЖЕНИЕ

1. Распределение простых чисел.
2. Преподаватель - проф. М. А. Королёв.
3. Аннотация курса: данный курс является введением в аналитическую теорию чисел и на примере доказательства асимптотического закона распределения простых чисел знакомит слушателей с базовыми методами этого раздела теории чисел.
4. Тематическое содержание курса:

|  |  |
| --- | --- |
| Тема 1 | Простые числа. Функции Мангольдта, Чебышева. |
| Тема 2 | Формулы суммирования Абеля, Эйлера-Маклорена. |
| Тема 3 | Определение дзета-функции Римана. Произведение Эйлера. |
| Тема 4 | Разрывный множитель Дирихле. Формула Перрона. |
| Тема 5 | Продолжение дзета-функции Римана в критическую полосу и на всю комплексную плоскость. Функциональное уравнение дзета-функции Римана. Кси-функция Римана. |
| Тема 6 | Тета-функция Якоби и её функциональное уравнение. |
| Тема 7 | Порядок целой функции. Порядок кси-функции. Верхняя оценка числа ее нулей, лежащих в круге большого радиуса. |
| Тема 8 | Доказательство теоремы о том, что кси-функция Римана имеет в критической полосе бесконечно много нулей. |
| Тема 9 | Сходимость и расходимость некоторых рядов, содержащих нули кси-функции Римана. |
| Тема 10 | Произведение Вейерштрасса для кси-функции и для дзета-функции Римана. |
| Тема 11 | Свойство симметрии комплексных нулей дзета-функции Римана. Гипотеза Римана (формулировка). |
| Тема 12 | Нижняя оценка наименьшей положительной ординаты нуля дзета-функции. |
| Тема 13 | Верхняя оценка числа нулей дзета-функции, ордината которых не более чем на единицу отстоит от заданного большого положительного числа. |
| Тема 14 | Доказательство теоремы Адамара - Валле-Пуссена об отсутствии у дзета-функции нулей в некоторой окрестности слева от единичной прямой. |
| Тема 15 | «Явная формула» для функции Чебышева. |
| Тема 16 | Доказательство асимптотического закона распределения простых чисел. Следствия из гипотезы Римана для простых чисел. |
| Тема 17\* | Краткий обзор современных результатов и гипотез о распределении простых чисел (формулировки). |

*\* - если специальный курс читается в нечетном семестре (продолжительность нечетного семестра 18 недель, четного семестра 17 недель).*

1. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций.

Вопросы к экзамену:

1. Лемма об оценке произведения . Доказательство оценки .

2. Функция Мангольдта , функция Чебышёва . Доказательство оценок

3. Лемма о ``разрывном множителе'' Дирихле. Доказательство формулы Перрона.

4. Формула суммирования Эйлера-Маклорена. Продолжение дзета-функции Римана в область .

5. Функциональное уравнение функции .

6. Теорема о том, что все нетривиальные нули лежат в полосе и являются чисто мнимыми. Доказательство оценки

7. Верхняя оценка числа нулей , удовлетворяющих условию . Лемма об оценке суммы

8. Теорема Валле-Пуссена о границе нулей} .

9. Асимптотический закон распределения простых чисел.

1. Перечень дополнительной учебной литературы, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

Перечень дополнительной учебной литературы:

1. К.Прахар, Распределение простых чисел. М., Мир, 1967, главы 1, 3.
2. Х.Иванец, Э.Ковальский, Аналитическая теория чисел, М., МЦНМО, 2014, главы 1, 2, 4.

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

Интернет-сайт <http://mathworld.wolfram.com/>

**Приложение утверждено на заседании кафедры теории чисел**